ENTRENAMIENTO BAJO PRESIÓN (EBP)	4	TEMA 05_FUNCIONES-LIMITES-CONTINUIDAD	
NOMBRE:		FECHA: 19-01-2024	CURSO: 2º BACH CCSS II

1.- Calcula los siguientes límites:

a)

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x-1}-1}{x-1}$$

b)

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+3x-4}{x^2-5x+1}\right)^{\frac{x^2-3x+1}{4x-1}}$$

2.- Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a. $f(x)=e^{3x-6}$

c. $f(x)=\sqrt{x^2+16}$

e. $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-5}}$

3.- Calcula los valores de a para que se cumpla: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(ax-x)(2+ax)}{3x^2+1}=2$.

4.- Se considera la función real de variable real definida por: $f(x)=\begin{cases} x+a & \text{si } x<1 \\ x^2-2 & \text{si } 1\le x\le 3 \\ x+b & \text{si } x>3 \end{cases}$

Determina a y b para que f sea continua en todo $\mathbb{R}$.

SOLUCIÓN:

1.-

a. $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x-1}-1}{x-1}=\frac{3}{2}$$

b. $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+3x-4}{x^2-5x+1}\right)^{\frac{x^2-3x+1}{4x-1}}=e^2$$

2.-

a. $D(f)=\mathbb{R}$

c. Como $x^2+16>0$ siempre, $D(f)=\mathbb{R}$.

e. Debe ser $x-5>0$, $D(f)=(5,+\infty)$.

3.- Calcula los valores de a para que se cumpla: $\lim_{x\to-\infty}\frac{(ax-x)(2+ax)}{3x^2+1}=2$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(ax-x)(2+ax)}{3x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2(a^2-a)+x(2a-2)}{3x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(a^2-a)+\frac{(2a-2)}{x}}{3+\frac{1}{x^2}}=\frac{(a^2-a)}{3}=2$$

$a^2-a=6\Rightarrow a^2-a-6=0\Rightarrow a=3$ o $a=-2$.

4.- Se considera la función real de variable real definida por: $f(x)=\begin{cases}x+a & \text{si } x<1\\ x^2-2 & \text{si } 1\le x\le 3\\ x+b & \text{si } x>3\end{cases}$

Determina a y b para que f sea continua en todo $\mathbb{R}$.

Como las funciones $g(x)=x+a$, $h(x)=x^2-2$ y $i(x)=x+b$ son continuas cualesquiera sean a y b, solo debemos estudiar los límites laterales en $x=1$ y $x=3$.

$$\lim_{x\to 1}f(x)=\begin{cases}\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}(x+a)=1+a\\ \lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}(x^2-2)=-1=f(1)\end{cases}\Rightarrow 1+a=-1\Rightarrow a=-2$$

$$\lim_{x\to 3}f(x)=\begin{cases}\lim_{x\to 3^-}f(x)=\lim_{x\to 3^-}(x^2-2)=7=f(3)\\ \lim_{x\to 3^+}f(x)=\lim_{x\to 3^+}(x+b)=3+b\end{cases}\Rightarrow 3+b=7\Rightarrow b=4$$

Los valores buscados son $a=-2$ y $b=4$.