ENTRENAMIENTO BAJO PRESIÓN (EBP)	5	TEMA 06_DERIVADAS	
NOMBRE:		FECHA: 8-2-2024	CURSO: 2º BACH CCSS II

1.- Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = -5x^4 + 10x^3 - 6x^2 + x - \frac{1}{2}$

b) $f(x) = (x+4)(2x^2 - 2)$

c) $f(x) = \frac{4x^3 + 9x^2}{3x + 5}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{-x^2 + 5}$

e) $f(x) = e^{4x+9} + \ln(4x+9)$

2.- ¿Para qué valores de a es continua la función $f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$? ¿Y derivable?

3.- **a)** Halla los puntos en los que se anula la derivada de $f(x) = x^2 e^{-x}$.

b) Halla los puntos en los que es positiva la derivada de $f(x) = \frac{2}{x^2 - 3x}$.

SOLUCIÓN:

1.- $f(x)=-5x^4+10x^3-6x^2+x-\frac{1}{2}\Rightarrow f'(x)=-20x^3+30x^2-12x+1$

$$f(x)=(x+4)\cdot(2x^2-2)\Rightarrow f'(x)=1\cdot(2x^2-2)+(x+4)\cdot(4x)=2x^2-2+4x^2+16x=6x^2+16x-2$$

$$f(x)=\frac{4x^3+9x^2}{3x+5}\Rightarrow f'(x)=\frac{(12x^2+18x)\cdot(3x+5)-(4x^3+9x^2)\cdot(3)}{(3x+5)^2}=\frac{24x^3+87x^2+90x}{(3x+5)^2}$$

$$f(x)=\sqrt[3]{-x^2+5}\Rightarrow f(x)=(-x^2+5)^{\frac{1}{3}}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{3}(-x^2+5)^{1-\frac{1}{3}}\cdot(-2x)=\frac{-2x}{3\cdot(-x^2+5)^{\frac{2}{3}}}=\frac{-2x}{3\cdot\sqrt[3]{(-x^2+5)^2}}$$

$$f(x)=e^{4x+9}+\ln(4x+9)\Rightarrow f'(x)=4e^{4x+9}+\frac{4}{4x+9}$$

2.- Como deben ser iguales: $3-a=\frac{2}{a}\Rightarrow 3a-a^2=2\Rightarrow a^2-3a+2=0\Rightarrow a=1;\ a=2$

$$f'(x)=\begin{cases}-2ax & \text{si } x<1\\ \frac{-2}{ax^2} & \text{si } x>1\end{cases}.$$

Las derivadas laterales deben ser iguales:

$$\lim_{x\to1^-}f'(x)=\lim_{x\to1^-}(-2ax)=-2a \qquad \lim_{x\to1^+}f'(x)=\lim_{x\to1^+}\left(-\frac{2}{ax^2}\right)=-\frac{2}{a}$$

Igualando: $-2a=-\frac{2}{a}\Rightarrow a^2=1\Rightarrow a=1;\ a=-1$

La solución a = -1 no es válida, pues para ese valor de a la función no sería continua.

3.- a. $f(x)=x^2e^{-x}\Rightarrow f'(x)=2xe^{-x}-x^2e^{-x}=(2x-x^2)e^{-x}$

$f'(x)=0\ \Rightarrow\ 2x-x^2=0\ \Rightarrow x=0;\ x=2$

b. $f(x)=\frac{2}{x^2-3x}\ \Rightarrow\ f'(x)=\frac{-2(2x-3)}{(x^2-3x)^2}$

$$f'(x)>0\Rightarrow -2(2x-3)>0\Rightarrow -4x+6>0\Rightarrow 6>4x\Rightarrow x<\frac{3}{2}$$